

## Esercizi: **TEORIA DEGLI INSIEMI**

1. Quali dei seguenti insiemi sono vuoti?

- a)  $\{x \mid x \text{ pari e dispari}\}$
- b)  $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x \text{ è un numero primo minore di } 2\}$
- c)  $\{x \mid x \text{ numero naturale multiplo di } 7 \text{ e di } 5\}$
- d)  $\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } x \neq 1+x\}$
- e)  $\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } x^2 = 25\}$
- f)  $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x^2 = 25\}$
- g)  $\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } x^2 = -25\}$
- h)  $\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } 3x = 25\}$

2. Per i seguenti insiemi, calcolare  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$

$$A = \{1, 2, a\} \quad B = \{a, b, 12\}$$

3. Verificare le leggi di De Morgan sugli insiemi seguenti:

$$A = \{x \mid x \text{ naturale pari e divisibile per } 16\} \quad B = \{x \mid x \text{ naturale pari e divisibile per } 40\}$$

4. Dati gli insiemi

$$A = \{a, e, i, o, u\} \quad B = \{b, c, d, e\} \quad C = \{f, g, h\}$$

determinare se esiste l'insieme  $X$  tale che

- a)  $X = A \cup B \cup C$
- b)  $X - A = B$
- c)  $B \cup X = B$
- d)  $C \cup X = B$
- e)  $A \cup B \cup C \cup X = \{\text{insieme delle lettere dell'alfabeto italiano}\}$

5. Siano  $A$  e  $B$  due insiemi. Provare con un esempio che risulta  $A \cap (B - A) = \emptyset$

6. Dati gli insiemi  $A$  e  $B$ :

$$A = \{t \in \mathbb{R} \mid 0 < t < 3\} \quad \text{e} \quad B = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \right\}$$

stabilire quale tra le seguenti affermazioni è vera:

- i)  $A$  e  $B$  sono inconfrontabili rispetto all'inclusione
- ii)  $A \subseteq B$ ; iii)  $B \subseteq A$

7. Visualizzare sulla retta reale i seguenti insiemi:

$$\begin{array}{lll} M = \{x \in \mathbb{R} / x + 7 < 12\} & L = \{x \in \mathbb{R} / x = 3(x + 3) - x\} & P = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 5 \geq x + 7\} \\ Q = \{y \in \mathbb{R} / |y - 1| \leq 2\} & S = \{u \in \mathbb{R} / u^2 = 10\} & T = \{t \in \mathbb{R} / t^2 > 9\} \\ U = \{x \in \mathbb{R} / x^2 < 16\} & V = \{t \in \mathbb{R} / 2t + 3 = 2(t - 1)\} & Y = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)\} \end{array}$$

8. In un piano sono dati due punti P e Q. Sia A l'insieme di tutte le rette per P e sia B l'insieme di tutte le rette per Q. Descrivere l'insieme  $A \cap B$ , distinguendo tra i casi  $P = Q$  e  $P \neq Q$ .

9. Descrivere per elencazione ciascuno dei seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{N} / 3 \leq 2x + 1 \leq 16\} \quad B = \{x \in \mathbb{N} / x^2 - 5x + 4 = 0\}$$

Quale relazione vale tra le seguenti:  $A \subseteq B$  o  $B \subseteq A$ ?

10. Descrivere per elencazione ciascuno degli insiemi seguenti:

$$\begin{array}{lll} A = \{x \in \mathbb{R} / (x^2 - 1)^2 = 0\} & B = \{x \in \mathbb{R} / (x - 1)^3 - 2(x - 1)^2 + (x - 1) = 0\} \\ C = \{y \in \mathbb{R} / 3 \leq y \leq 3\} & D = \left\{u \in \mathbb{R} / \frac{u^2 - 4}{u^2 + 1} = 0\right\} & E = \{t \in \mathbb{R} / t^2 \leq 0\} \end{array}$$

11. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

$$\begin{array}{lll} -1 \in \{x \in \mathbb{R} / x^2 = 1\} & 0 \notin \{x \in \mathbb{R} / x^2 \neq 1\} & 0 \in \{x \in \mathbb{R} / x^2 \leq 1\} \\ 1 \in \{x \in \mathbb{R} / x^2 < 1\} & \{x \in \mathbb{R} / x^2 \leq 1\} \subseteq \{x \in \mathbb{R} / x^2 \leq 4\} & \end{array}$$

12. Quali dei seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{N}$  sono vuoti?

$$A = \{n \in \mathbb{N} / n = n - 3\} \quad B = \{n \in \mathbb{N} / n = 2n - 3\} \quad C = \left\{n \in \mathbb{N} / \frac{1}{n + 2} \in \mathbb{N}\right\} \quad D = \left\{n \in \mathbb{N} / \frac{n}{2} \in \mathbb{N}\right\}$$